

NAIL062 Výroková a predikátová logika: Informace o zkouškách

Zimní semestr 2023/24

Zkouškové termíny

Na zkouškové termíny se přihlašujte v SISu. K přihlášení na zkoušku je potřeba zápočet, s výjimkou předtermínů. Bude vypsáno i několik termínů po konci zkouškového období, kapacita ale bude omezená. Proto doporučujeme alespoň dva pokusy v zimním zkouškovém období. (Předpokládáme dva termíny během výuky v LS, a dva termíny v letním zkouškovém období, každý s kapacitou přibližně 20 studentů. Poslední termín plánujeme v červnu.) Na zkoušku je možné se přihlásit, a ze zkoušky odhlásit, nejpozději 24 hodin před začátkem. Zkontrolujte méně než 24 hodin před zkouškou, zda se odhlášením jiného studenta nezměnil vám přidělený čas zkoušky.

Požadavky ke zkoušce

Požadavky ke zkoušce odpovídají látce pokryté na přednáškách a popsané v Zápiscích z přednášky, s výjimkou následujících částí, které nebudou vyžadovány:

- Sekce 2.5 Algebra výroků,
- Sekce 3.1 SAT solvery,
- Sekce 4.8 Hilbertovský kalkulus,
- Podsekce 5.4.4 Program v Prologu,
- Podsekce 6.8.1 Databázové dotazy,
- Sekce 7.6 Hilbertovský kalkulus v predikátové logice,
- Podsekce 8.7.2 Rezoluce v Prologu,
- Nebude vyžadována znalost důkazů ze Sekce 10.4 Gödelovy věty.

Formát a hodnocení zkoušky

Zkouška je ústní, s písemnou přípravou (v délce 30 minut). Během zkoušky můžete být dotázáni na cokoli z požadavků, kostrou zkoušky ale bude zadání, které si vylosujete k přípravě. Zadání sestává ze tří otázek: “pojem”, “lehká otázka”, “těžká otázka” ze seznamů níže.

- **Pojem:** Uveďte formální definici daného pojmu, nějaký netriviální příklad (případně také příklad objektu nesplňujícího danou definici). Buďte připraveni zodpovědět i otázky týkající se vlastností souvisejících s tímto pojmem.
- **Lehká otázka:** Jde-li o matematické tvrzení, zformulujte a dokažte ho. Jde-li o algoritmus, zformulujte ho, můžete si připravit ukázkový běh algoritmu, uveďte důkaz korektnosti nebo jiné vlastnosti z přednášky.
- **Těžká otázka:** Zformulujte danou matematickou větu, a uveďte její důkaz, a to včetně pomocných tvrzení. Jde-li o okamžitý důsledek jiné věty z přednášky, uveďte i důkaz této věty. Buďte připraveni vysvětlit všechny potřebné pojmy z formulace, případně pohovořit o důsledcích a aplikacích věty.

Orientační hodnocení

Orientační hodnocení se uplatní v případě, že se neobjeví další nedostatky. Hodnocení může být i horší, pokud během zkoušky narazíme na zásadní neznalost nějakého pojmu, nebo např. na zásadní nepochopení důkazu napsaného při přípravě.

- **Výborně:** Zodpovězení *pojmu* a *těžké otázky* včetně důkazu, zodpovězení *lehké otázky* pokud na ni budete dotázáni. Případné drobnější chyby odstraněny jen s malou nápovědou od zkoušejícího. Uspokojivé zodpovězení doplňujících otázek.
- **Velmi dobře:** Zodpovězení *pojmu*, *lehké otázky* (včetně důkazu, není-li řečeno, že je otázka bez důkazu) a formulace věty z *těžké otázky* (bez důkazu). Případné chyby odstraněny s nápovědou zkoušejícího. Zodpovězení doplňujících otázek, s případnou nápovědou.
- **Dobře:** Zodpovězení *pojmu* a formulace věty z *těžké otázky*, mohou se vyskytnout podstatné chyby, ale student musí být schopen je s nápovědou odstranit. Odpověď na *lehkou otázku*, která je z větší části správně, případné chyby nebo mezery v důkazu odstraněny s pomocí zkoušejícího. Schopnost s pomocí zkoušejícího zodpovědět doplňující otázky, při zkoušení se neukáže nepochopení základních pojmů a souvislostí.
- **Neprospěl/a:** V ostatních případech.

Seznam otázek

Zde je seznam zkoušených pojmů (P), lehkých otázek (L) a těžkých otázek (T). Pokud si vylosujete některou otázku stejnou jako některý student, jehož zkouška probíhá nebo bude probíhat souběžně s vaší, můžete být požádáni o nové losování. (Otázky jsou generovány náhodně, pravděpodobnostní rozdělení je ale tajné a ne nutně uniformní.) Pokud se daný pojem, věta apod. vyskytuje ve výrokové i v predikátové logice, a pokud není upřesněno, buďte připraveni zodpovědět otázku jak ve výrokové, tak i v predikátové logice.

Seznam pojmů

- (P1) Model ve výrokové logice, pravdivostní funkce výroku.
- (P2) Sémantické pojmy (pravdivost, lživost, nezávislost, splnitelnost) v logice, vzhledem k teorii.
- (P3) Ekvivalence výroků resp. výrokových teorií, T-ekvivalence.
- (P4) Sémantické pojmy o teorii (sporná, bezesporná, kompletní, splnitelná).
- (P5) Extenze teorie (jednoduchá, konzervativní), odpovídající sémantická kritéria.
- (P6) Tablo z teorie, tablo důkaz.
- (P7) Kanonický model.
- (P8) Kongruence struktury, faktorstruktura, axiomy rovnosti.
- (P9) CNF a DNF, Hornův tvar. Množinová reprezentace CNF formule, splňující ohodnocení.
- (P10) Rezoluční pravidlo, unifikace, nejobecnější unifikace.
- (P11) Rezoluční důkaz a zamítnutí, rezoluční strom.
- (P12) Vysvětlete rozdíl mezi rezolučním důkazem, lineárním důkazem, a LI-důkazem.
- (P13) Signatura a jazyk predikátové logiky, struktura daného jazyka.
- (P14) Atomická formule, formule, sentence, otevřené formule.
- (P15) Instance formule, substituovatelnost, varianta formule.
- (P16) Pravdivostní hodnota formule ve struktuře při ohodnocení, platnost formule ve struktuře.
- (P17) Kompletní teorie v predikátové logice, elementární ekvivalence.
- (P18) Podstruktura, generovaná podstruktura, expanze a redukt struktury.
- (P19) Definovatelnost ve struktuře.
- (P20) Extenze o definice.
- (P21) Prenexní normální forma, Skolemova varianta.
- (P22) Izomorfismus struktur, izomorfní spektrum, ω -kategorická teorie.

- (P23) Axiomatizovatelnost, konečná axiomatizovatelnost, otevřená axiomatizovatelnost.
- (P24) Rekurzivní axiomatizace, rekurzivní axiomatizovatelnost, rekurzivně spočetná kompleť.
- (P25) Rozhodnutelná a částečně rozhodnutelná teorie.

Seznam lehkých otázek

- (L1) Množinu modelů nad konečným jazykem lze axiomatizovat výroky v CNF, výroky v DNF.
- (L2) 2-SAT, Algoritmus implikačního grafu, jeho korektnost.
- (L3) Horn-SAT, Algoritmus jednotkové propagace, jeho korektnost.
- (L4) Algoritmus DPLL pro řešení SAT.
- (L5) Věta o konstantách.
- (L6) Vlastnosti extenze o definice.
- (L7) Vztah definovatelných množin a automorfismů.
- (L8) Tablo metoda v jazyce s rovností.
- (L9) Věta o kompaktnosti a její aplikace.
- (L10) Věta o korektnosti rezoluce ve výrokové logice.
- (L11) Věta o korektnosti rezoluce v predikátové logice.
- (L12) Souvislost stromu dosazení a splnitelnosti CNF formule.
- (L13) Nestandardní model přirozených čísel.
- (L14) Kompletní jednoduché extenze DeLO*.
- (L15) Existence spočetného algebraicky uzavřeného tělesa.
- (L16) Tělesa charakteristiky 0 nejsou konečně axiomatizovatelná.
- (L17) Kritérium otevřené axiomatizovatelnosti.
- (L18) Rekurzivně axiomatizovaná teorie je částečně rozhodnutelná, kompletní je rozhodnutelná.
- (L19) Teorie konečné struktury v konečném jazyce s rovností je rozhodnutelná.
- (L20) Gödelovy věty o neúplnosti a jejich důsledky (bez důkazů).

Seznam těžkých otázek

- (T1) Věta o korektnosti tablo metody ve výrokové logice.
- (T2) Věta o korektnosti tablo metody v predikátové logice.
- (T3) Věta o úplnosti tablo metody ve výrokové logice.
- (T4) Věta o úplnosti tablo metody v predikátové logice.
- (T5) Věta o konečnosti sporu, důsledky o konečnosti a systematickosti důkazů.
- (T6) Věta o úplnosti rezoluce ve výrokové logice.
- (T7) Věta o úplnosti LI-rezoluce pro výrokové Hornovy formule.
- (T8) Věta o úplnosti rezoluce v predikátové logice (Lifting lemma stačí vyslovit).
- (T9) Skolemova věta.
- (T10) Herbrandova věta.
- (T11) Löwenheim-Skolemova věta včetně varianty s rovností, jejich důsledky.
- (T12) Vztah izomorfismu a elementární ekvivalence.
- (T13) ω -kategorické kritérium kompletnosti.
- (T14) Neaxiomatizovatelnost konečných modelů.

(T15) Věta o konečné axiomatizovatelnosti.

(T16) Rekurzivně axiomatizovaná teorie s rekurzivně spočtenou kompletací je rozhodnutelná.

(T17) Nerozhodnutelnost predikátové logiky.