

NTIN071 A&G: Cvičení 1 – DETERMINISTICKÝ KONEČNÝ AUTOMAT,
ROZPOZNÁVANÝ JAZYK, REGULÁRNÍ JAZYKY

Cíle výuky: Po absolvování student umí

- používat základní terminologii a notaci z teorie formálních jazyků a automatů
- vysvětlit formální definici konečného deterministického automatu (DFA) a rozpoznávaného jazyka
- popsat jazyk rozpoznávaný daným DFA, pomocí množinového zápisu
- sestrojít (a formálně popsat) DFA rozpoznávající daný jazyk
- dokázat uzavřenost regulárních jazyků na základní množinové operace

PŘÍKLADY NA Cvičení (THINK-PAIR-SHARE)

Příklad 1 (Konstrukce DFA pro daný jazyk). Sestrojte DFA rozpoznávající daný jazyk.

- (a) $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \text{ není dělitelný } 3\}$
 (b) $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid 2 \text{ dělí } |w|_a \text{ nebo } 3 \text{ dělí } |w|_b\}$
 (c) $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid 2 \text{ dělí } |w|_a \text{ a } 3 \text{ dělí } |w|_b\}$
 (d) $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ je binární zápis přirozeného čísla dělitelného } 3\}$

Příklad 2 (Automat zadaný tabulkou). Nakreslete stavový diagram a popište rozpoznávaný jazyk v množinovém zápisu.

(a)

	0	1
$\rightarrow p$	q	p
* q	r	q
* r	p	r

(b)

	0	1
$\rightarrow p$	p	q
* q	r	q
* r	p	q

Příklad 3 (Popis jazyka a konstrukce automatu pro danou vlastnost). Sestrojte DFA přijímající právě všechna slova nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$, která splňují danou vlastnost. Popište daný jazyk pomocí množinového zápisu.

- (a) začíná ‘abba’ (b) končí ‘abba’ (c) obsahuje ‘abba’ nebo ‘bab’ jako podslovo

Příklad 4 (Regulární jazyky a množinové operace). Mějme dva regulární jazyky, L, L' nad stejnou abecedou. Ukažte, že platí následující:

- (a) $\Sigma^* \setminus L$ je regulární jazyk
 (b) $L \cup L'$ je regulární jazyk
 (c) $L \cap L'$ je regulární jazyk

K PROCVIČENÍ A K ZAMYŠLENÍ

Příklad 5. Sestrojte DFA rozpoznávající daný jazyk.

- (a) $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \text{ je sudý}\}$
- (b) $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \text{ je dělitelný } 3\}$
- (c) $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid 2 \text{ nebo } 3 \text{ dělí } |w|_a\}$
- (d) $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid 2 \text{ a } 3 \text{ dělí } |w|_a\}$
- (e) $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ je binární zápis přirozeného čísla dělitelného } 5\}$

Příklad 6. Nakreslete stavový diagram a popište rozpoznávaný jazyk v množinovém zápisu.

		0	1
(a)	$\rightarrow * p$	q	p
	q	r	q
	r	p	r

		0	1
(b)	$\rightarrow p$	p	q
	q	p	r
	* r	p	r

Příklad 7. Sestrojte DFA rozpoznávající jazyk všech slov nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$ splňujících danou vlastnost:

- (a) má alespoň dvě písmena a první písmeno je stejné jako poslední
- (b) má alespoň dvě písmena a první dvojice písmen je stejná jako poslední dvojice písmen

Příklad 8. Pro $w \in \{0, 1\}^*$ buď $h(w)$ zbytek modulo 2 z nezáporného celého čísla, jehož binární reprezentace je w , přičemž povolujeme úvodní nuly. Přesněji, je-li $w = w_1 w_2 \cdots w_{|w|}$ kde $w_i \in \{0, 1\}$, máme $h(w) = \left(\sum_{i=1}^{|w|} w_i 2^{|w|-i}\right) \bmod 2$. Pro prázdné slovo je $h(\varepsilon) = 0$.

Zkonstruuje DFA přijímající jazyk $L = \{u\#v \mid u, v \in \{0, 1\}^* \text{ a platí } h(u) = h(v)\}$ (nad abecedou $\Sigma = \{0, 1, \#\}$). Nakreslete stavový diagram a popište automat i formálně.

Příklad 9. Co když jsou L, L' regulární jazyky nad různými (ale ne nutně disjunktními) abecedami? Jsou jazyky $\Sigma^* \setminus L$, $L \cup L'$, $L \cap L'$ nutně také regulární?

Příklad 10. Uměli byste ukázat, že jazyk L^R (tj. slova z L napsaná pozpátku) je regulární kdykoliv je L regulární?