

NTIN071 A&G: CVIČENÍ 6 – FORMÁLNÍ GRAMATIKY, REGULÁRNÍ A
BEZKONTEXTOVÉ GRAMATIKY

Cíle výuky: Po absolvování student umí

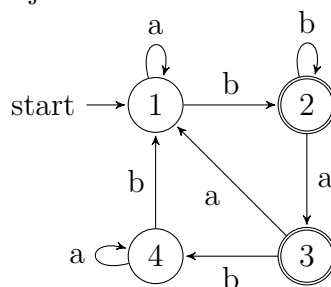
- vysvětlit formální definici gramatiky a jazyka, který generuje,
- uvést definice a příklady gramatik všech typů v Chomského hierarchii,
- popsat jazyk generovaný danou bezkontextovou gramatikou,
- sestavit gramatiku pro jazyk zadaný v množinové notaci,
- převést konečný automat na pravou lineární gramatiku,
- převést pravou lineární gramatiku na konečný automat,
- navrhnout algoritmy pro testování základních vlastností bezkontextových gramatik.

PŘÍKLADY NA CVIČENÍ

Příklad 1 (Konstrukce gramatik). Navrhněte gramatiky (co nejvyššího typu), které generují následující jazyky ($\Sigma = \{a, b\}$, není-li řečeno jinak):

- | | |
|--|--|
| (a) $L = \{w \in \Sigma^* \mid w _b \text{ je sudý}\}$ | (d) $L = \{a^i b^j \mid 0 \leq i \leq j \leq 2i\}$ |
| (b) $L = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$ | (e) $L = \{uabbav \mid u, v \in \Sigma^* \text{ a } u = v \}$ |
| (c) $L = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ nebo } j = k\}$ | (f) $L = \{w \in \Sigma^* \mid -1 \leq w _a - w _b \leq 1\}$ |

Příklad 2 (Z konečného automatu na gramatiku). Pro následující konečný automat najděte ekvivalentní gramatiku. V jaké třídě Chomského hierarchie se budete pohybovat?



Příklad 3 (Z regulární gramatiky na konečný automat). Převedte následující pravou lineární gramatiku na konečný automat: $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, \mathcal{P}, S)$, kde $\mathcal{P}$ sestává z:

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow abS \mid babA \mid \epsilon \\
 A &\rightarrow abA \mid aB \mid bC \\
 B &\rightarrow abS \mid B \mid bC \mid \epsilon \\
 C &\rightarrow aab \mid A \mid aA \mid \epsilon
 \end{aligned}$$

Příklad 4 (Testování vlastností bezkontextových jazyků). Vymyslete (co nejefektivnější) algoritmus, který rozhodne, zda daná bezkontextová gramatika splňuje danou vlastnost:

- | | | |
|---------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| (a) $L(G) \neq \emptyset$ | (b) $\epsilon \in L(G)$ | (c) $L(G)$ je konečný jazyk |
|---------------------------|-------------------------|-----------------------------|

K PROCVIČENÍ A K ZAMYŠLENÍ

Příklad 5 (Konstrukce gramatik). Navrhněte gramatiky (co nejvyššího typu), které generují následující jazyky ($\Sigma = \{a, b\}$, není-li řečeno jinak):

- (a) $L = \Sigma^*$
- (b) $L = \{a^{2i}b^j \mid i \leq j\}$
- (c) $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = 2|w|_b\}$
- (d) $L = \{uabbav \mid u, v \in \Sigma^* \text{ a platí } |u| \neq |v|\}$
- (e) $L = \{w\#s^R \mid w, s \in \Sigma^* \text{ a } s \text{ je podslovo slova } w\}$

Příklad 6 (Malé gramatiky generující velké (konečné) jazyky). Najděte posloupnost bezkontextových gramatik $G_1, G_2, G_3, \dots$ (nad danou abecedou Σ) takových, že G_n generuje právě všechna slova délky $\leq 2^n$ (a žádná jiná), a přitom velikost G_n (pro jednoduchost počet symbolů v tělech produkčních pravidel) je v $O(n)$.

Příklad 7 (Kontextová gramatika?). Uvažme $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P)$, kde:

$$P = \{S \rightarrow aSBC \mid aBC, B \rightarrow BBC, C \rightarrow CC, CB \rightarrow BC, \\ aB \rightarrow ab, bB \rightarrow bb, bC \rightarrow bc, cC \rightarrow cc\}$$

Jaký jazyk generuje? Je gramatika G kontextová? Pokud ne, najděte ekvivalentní kontextovou gramatiku.